

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽  
中區（嘉義高中） 筆試(二)試題

編號：\_\_\_\_\_

（學生自填）

（時間一小時）

注意事項：

1. 本試卷共二題填充題、二題證明題，滿分為二十一分。
2. 不可使用計算器。
3. 請將答案寫在答案欄內。
4. 計算紙必須連同試卷交回。

一、柔道擂台賽，比賽過程是：甲、乙二隊各出 7 名隊員按事先安排的順序出場比賽，  
(5分)

雙方先由 1 號隊員出賽，負者遭淘汰；負方再派 2 號出場迎戰勝方的 1 號，… 以此類推，直至一方 7 名隊員全被淘汰為止，另一方獲勝。所有可能出現的比賽過程的個數為 \_\_\_\_\_ (1)。

二、某電腦程式啟動後，第一秒開始，每隔一秒隨機產生數字 0 或 1。某次程式啟動後，  
(5分)

在第 10 秒時共產生出 5 個 0，事件：「在第 8 秒共產生出 4 個 0」發生的機率為 \_\_\_\_\_ (2)。

三、求所有自然數  $n$ ，使得

(5分)

$$\begin{cases} x_1 + \cdots + x_n = 9 \\ \frac{1}{x_1} + \cdots + \frac{1}{x_n} = 1 \end{cases}$$

有正實數解。

四、 $x$  是實數時，為使  $x$  的函數

(6分)

$$\frac{ax^2 + x + 1}{x^2 + x + a}$$

取一切實數值，常數  $a$  必須在什麼範圍內？