

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽
北區 第一區 (花蓮高中) 筆試(一)試題

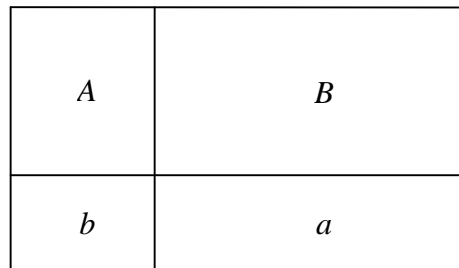
編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程填寫在答案卷內。

【問題一】：如下圖

(16 分)



利用鉛直線與水平線將矩形分割成面積依序為 A, a, B, b 的四個矩形。

1. 在何條件下， A, a, B, b 會滿足

$$a + A = b + B$$

2. 在何條件下， A, a, B, b 會滿足

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b}$$

3. 在何條件下， A, a, B, b 會滿足

$$A - a = B - b$$

4. 在何條件下， A, a, B, b 會滿足

$$aA = bB$$

【問題二】：試找出一個能刻劃出所有滿足 $\frac{23}{41} < \frac{a}{b} < \frac{32}{57}$ 的最簡分數 $\frac{a}{b}$ 的通式。滿足條件

$\frac{23}{41} < \frac{a}{b} < \frac{32}{57}$ 中分母最小的一個最簡分數為何？證明你的答案。 (16 分)

【問題三】：設 a_n, b_n 均為等差數列，前 n 項之和分別為 A_n, B_n ，如果對於每個 n 均有

$$\frac{A_n}{B_n} = \frac{3n-3}{2n+3}，試求 \frac{a_{16}}{b_{16}} 之值為何？ (17 分)$$