

九十三學年度高級中學數學科能力競賽複賽
南區（高雄中學） 筆試(二)試題

1、已知 $0 \leq x \leq \pi$ ，求函數 $f(x) = \sin x + \cos x - \frac{1}{2} \sin 2x$ 的最大值與最小值。

2、已知 A, B 兩集合各含有三個元素： $A = \{x, xy, \log(xy)\}$ ， $B = \{0, |x|, y\}$

且 $A = B$ 。則 $(x + \frac{1}{y}) + (x^2 + \frac{1}{y^2}) + (x^3 + \frac{1}{y^3}) + \dots + (x^{2004} + \frac{1}{y^{2004}}) = ?$

3、設函數 $f_1(x) = |x| - 1$ ， $f_2(x) = |f_1(x) - 1|$ ， $f_3(x) = |f_2(x) - 2|$ ， $f_4(x) = |f_3(x) - 4|$ 。
試求函數 $y = f_4(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成封閉區域的面積。

4、班上有 30 名同學。今每位同學各自準備 1 份禮物，舉行摸彩交換禮物活動。經由摸彩，每位同學恰拿到 1 份禮物。試求至少有 1 人拿到自己的禮物之機率。

5、如果 P 為 $\triangle ABC$ 內的一點使 $\triangle APB$ 、 $\triangle APC$ 和 $\triangle BPC$ 的面積相等，
證明： P 為 $\triangle ABC$ 的重心。