

94 學年度高級中學數學科能力競賽複賽

南區（高屏區） 筆試(一)試題

注意：請在答案卷上作答，須詳列過程及說明理由。

作答時間二小時

1、設 $a_1, a_2, \dots, a_{2005} > 0$ ，試證：
$$\frac{a_1^2}{a_2} + \frac{a_2^2}{a_3} + \dots + \frac{a_{2004}^2}{a_{2005}} + \frac{a_{2005}^2}{a_1} \geq 2 \sum_{k=1}^{2005} a_k$$
 是否成立？

2、設 f 為實數函數，若對任意實數 u, v 均滿足 $f(u) \cdot f(v) = f(u-2v) + f(u+2v)$ 且 $f(1) = 1$ ，若 x 為正整數，試求 $f(12x+1)$ 之值。

3、設實數 c, d, x, y 滿足
$$\begin{cases} cx + dy = 3 \\ cx^3 + dy^3 = 16 \end{cases} \quad \text{且} \quad \begin{cases} cx^2 + dy^2 = 3 \\ cx^4 + dy^4 = 16 \end{cases}$$

試求： $cx^5 + dy^5$ 之值。

4、從 1 到 200 這 200 個自然數中，取出 n 個數，使取出的任何兩個數的和都不等於 n ，則 n 的最大可能值為何？

5、設 $\triangle ABE$ 在正方形 $ABCD$ 的外側， $AE = BE$ ；若 F 在線段 AE 上，且 $EF = AB$ ，

$BF = BD$ ，試證： $\angle AEB = \frac{\pi}{7}$ 。