

# 94 學年度高級中學數學科能力競賽複賽

## 南區（台南區） 筆試(一)試題

注意事項：

- (1) 測試時間分配：2 小時
- (2) 本試卷共 5 題，滿分 49 分。第一題 10 分，第二題 10 分，第三題 10 分，第四題 10 分，第五題 9 分。
- (3) 請將計算、證明過程須完整依序寫在答案卷上。
- (4) 不可以使用電算器。
- (5) 試題與答案一同繳回。

[問題一]  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，若  $a, b, c$  成等差數列，

試求  $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$  的值。

[問題二] 設  $p, q, r$  為質數，試求滿足條件  $p^3 = p^2 + q^2 + r^2$  之所有可能  $(p, q, r)$  之值。

[問題三] 設  $a_1, a_2, \dots, a_n$  皆為正數，求證：
$$\sum_{k=1}^n a_k \leq \frac{a_1^2}{a_2} + \frac{a_2^2}{a_3} + \dots + \frac{a_n^2}{a_1}。$$

[問題四] 已知  $f(x) = 5 - 6x + x^2$ ，求滿足  $f(x) + f(y) \leq 0$  和  $f(x) - f(y) \geq 0$  的點  $(x, y)$  在平面上所圍區域的面積，

[問題五] 求  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{10000}}$  的整數部分。